Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

JUNIE 2019

WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

JMATHA2

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad en 'n spesiale antwoordeboek van 19 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit TIEN (10) vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.

3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.

4. Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy mag ’n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. ’n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Eastern Hoërskool het die Kwartaal 1 persentasies van 20 graad 12 leerlinge, wat uit 10 seuns en 10 meisies bestaan, vergelyk. Die volgende data is aangeteken:

Seuns se punte	41	30	24	65	72	15	83	52	60	38

Meisies se gemiddelde punt = 51 Meisies se standaardafwyking = 15,95

1.1 Bereken die gemiddelde punt vir die seuns. (1)

1.2 Bereken die standaardafwyking vir die seuns se punte. (2)

1.3 Het die seuns of die meisies beter presteer? Gee ’n rede vir jou antwoord. (2)

1.4 Met watter persentasie moet elk van die seuns se punte aangepas word sodat die gemiddelde van die seuns dieselfde as die van die meisies kan wees? (1)

1.5 Sal die standaardafwyking van die seuns se punte vermeerder, verminder of dieselfde bly na die aanpassing in VRAAG 1.4 hierbo? (1)
[7]

VRAAG 2

Die ouderdomme van mense, wat by een stemlokaal geregistreer het om te stem, is in die frekwensietabel hieronder aangeteken.

Ouderdomme (in jare)	**Frekwensie**	**Kumulatiewe Frekwensie**
$18 \leq x < 28$		4
$28 \leq x < 38$		14
$38 \leq x < 48$		28
$48 \leq x < 58$	17	
$58 \leq x < 68$	12	
$68 \leq x < 78$	3	

2.1 Voltooi die frekwensietabel. (2)

2.2 Teken die kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief). (3)

2.3 Skryf die modale-klas neer. (1)

2.4 Mense wat 60 jaar en ouer is, word as senior burgers beskou, en hoef nie in 'n ry te staan nie maar word na voor in die ry geneem. Beraam die aantal senior burgers. (2)

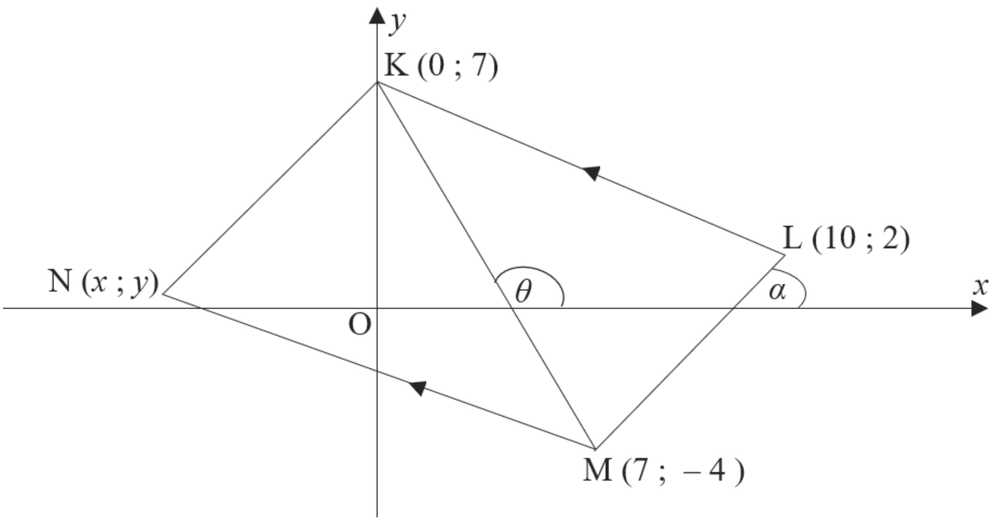
2.5 Skryf die onderste (Q_1), middel (Q_2) en boonste (Q_3) kwartiele neer. (3)

2.6 Teken 'n mond-en-snor-diagram om die ouderdomme van die kiesers voor te stel. (2)

[13]

VRAAG 3

In die diagram hieronder is K(0 ; 7), L(10 ; 2), M(7 ; -4) en N(x ; y) die hoekpunte van vierhoek KLMN, met MN || KL. θ en α is die hoeke wat deur KM en ML onderskeidelik met die x-as gevorm word.



3.1 Bepaal:

3.1.1 Die lengte van KL. Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm (2)

3.1.2 Die gradiënt van KM (2)

3.1.3 Die grootte van α, die inklinasiehoek van LM (3)

3.1.4 Die grootte van $L\hat{M}K$ (4)

3.2 Bepaal die koördinate van N as KLMN 'n parallelogram is. Toon ALLE berekeninge. (4)

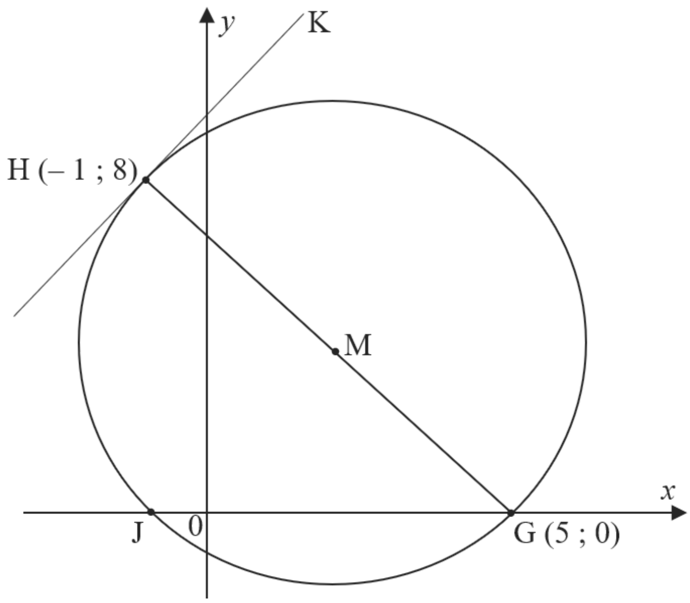
3.3 Is $L\hat{M}N$ 'n regtehoek of nie? Ondersteun jou antwoord met berekeninge. (2)

3.4 Bepaal die oppervlakte van Δ KNM. (5)

[22]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is sirkel met middelpunt M, middellyn GH met G(5 ; 0) en raaklyn HK met raakpunt by H(– 1 ; 8) gegee.



4.1 Skryf die koördinate van M neer. (2)

4.2 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (3)

4.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn HK. (4)

4.4 Bepaal die koördinate van J. (3)

4.5 Vind die nuwe koördinate van J as die sirkel 180º om die middelpunt M roteer word. (2)

4.6 Die vergelyking van ’n ander sirkel word gegee as $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0$.
Lê die middelpunt van die nuwe sirkel op, binne of buite die omtrek van die oorspronklike sirkel? Ondersteun jou antwoord met toepaslike berekeninge. (5)

[19]

VRAAG 5

5.1 As $\sin 42° = k$, bepaal die volgende in terme van k.

5.1.1 $\tan 42°$ (2)

5.1.2 $\sin 84°$ (3)

5.1.3 $\sin 3°$ (4)

5.2 Vereenvoudig tot 'n enkel trigonometriese verhouding:

$$\frac{\sin(x-450°).\ \tan(180°+x).\sin(90°-x)}{\cos(-x)}$$ (6)

5.3 Beskou die identiteit: $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

5.3.1 Voltooi: cos (A + B) = … (1)

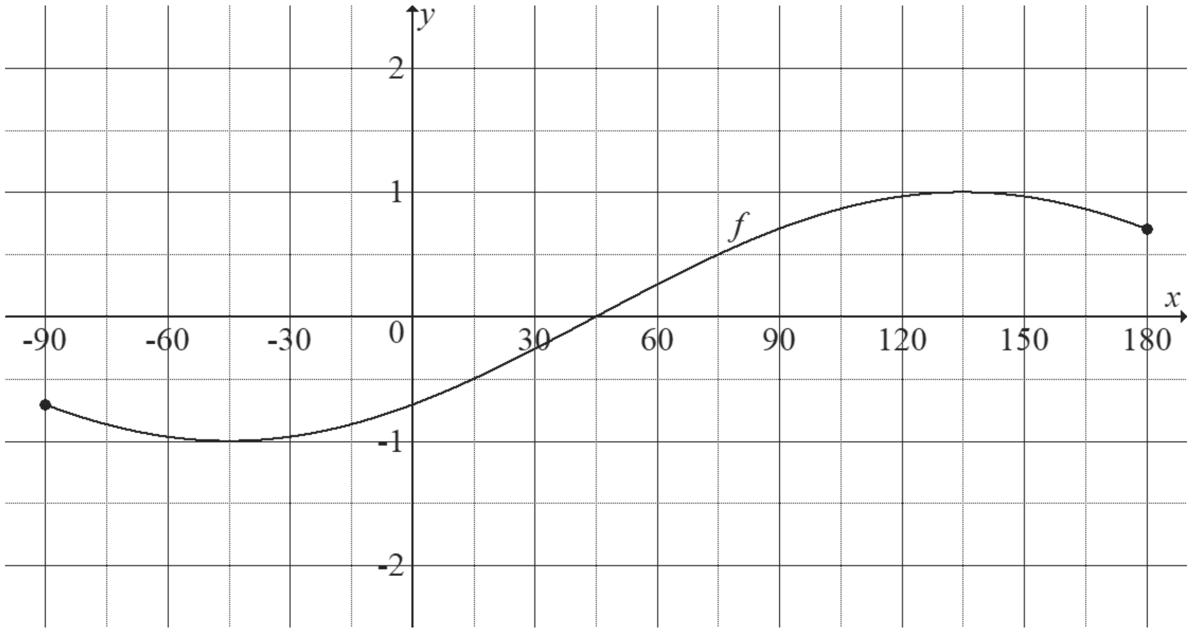
5.3.2 Bewys die identiteit: $cos\, 3\,\theta = 4\, cos^3\,\theta - 3\, cos\,\theta$ (4)

5.4 As $\cos\theta = 2p$ en $\cos 2\theta = 7p$, bepaal die moontlike waarde(s) van p. (5)

[25]

VRAAG 6

Gegee hieronder is die grafiek van $f(x) = \sin(x - 45°)$, vir $x \in [-90° ; 180°]$.



6.1 Skryf die waardeversameling/terrein van f neer. (1)

6.2 Skets, op dieselfde assestelsel, die grafiek van $g(x) = \tan x$, vir $x \in [-90° ; 180°]$ in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK. Toon ALLE afsnitte met die asse sowel as die asimptote en die eindpunte. (3)

6.3 Skryf die periode van g neer. (1)

6.4 Skryf die waarde(s) van x neer waarvoor $f(x) = g(x)$, vir $x \in [-90° ; 180°]$. (1)

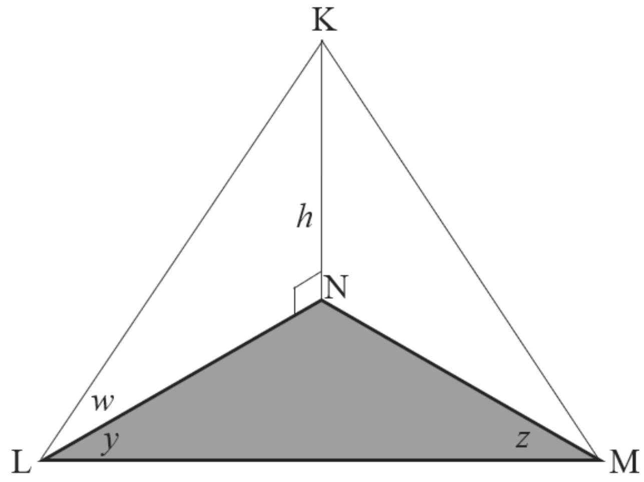
6.5 Vir watter waarde(s) van x is $f(x).g(x) \geq 0$, vir $x \in [0° ; 180°]$? (2)

6.6 Skryf die vergelyking van $h(x)$ neer, as $h(x)$ die gevolg is wanneer $f(x)$ geskuif word sodat dit 'n minimumwaarde van nul het. (1)

[9]

VRAAG 7

In die diagram stel KN ’n vertikale toring, met hoogte h meter, voor wat op ’n horisontale vlak LMN staan. Die hoogtehoek van K, soos gesien van L, is w. $N\hat{L}M = y$ en $N\hat{M}L = z$.
(**LET WEL**: alle hoeke word in grade gemeet).



7.1 Toon aan dat $LN = \dfrac{h}{\tan w}$ (1)

7.2 Bewys vervolgens dat $LM = \dfrac{h \sin(y+z)}{\tan w \sin z}$ (4)

7.3 Bereken LM as $h = 38\,\text{m}$, $w = 21^\circ$, $y = 52^\circ$ en $z = 59^\circ$ is. (2)
[7]

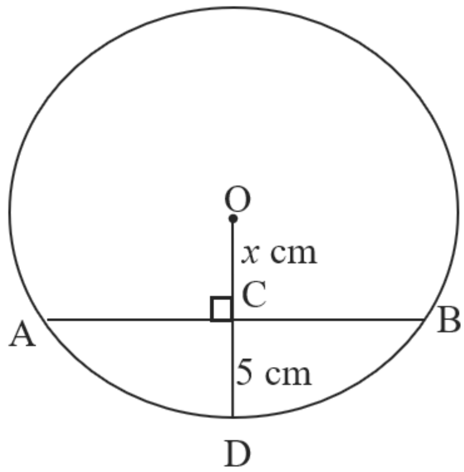
Gee redes vir jou bewerings in VRAE 8, 9 en 10.

VRAAG 8

8.1 Voltooi:
Die middelloodlyn van ’n koord gaan deur … (1)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel, AB ’n koord en OC $\perp$ AB.

OC verleng, ontmoet die sirkel by D. AB = 20 cm, CD = 5 cm en OC = x cm.



Bepaal, meld redes:

8.2.1 Die lengte van AC (2)

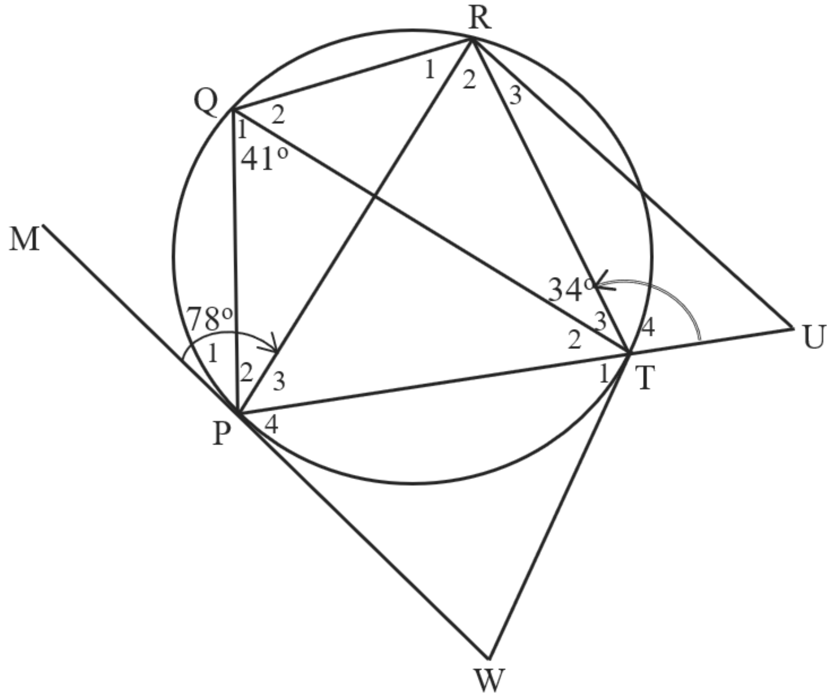
8.2.2 Die radius van die sirkel (4)

[7]

VRAAG 9

9.1 Voltooi:
Buitehoek van 'n koordevierhoek is gelyk aan … (1)

9.2 In die diagram hieronder lê punte P, Q, R en T op die omtrek van die sirkel. MW en TW is raaklyne aan die sirkel by P en T onderskeidelik. PT is verleng om RU by U te ontmoet. Verder is $M\hat{P}R = 78°$, $P\hat{Q}T = 41°$ en $Q\hat{T}R = 34°$.



9.2.1 Skryf neer, met redes, DRIE ander hoeke wat elk gelyk is aan 41°. (6)

9.2.2 Bepaal, met melding van redes, die volgende:

(a) $\hat{T}_2$ (2)

(b) $\hat{Q}_2$ (2)

(c) $\hat{T}_4$ (2)

(d) $\hat{W}$ (2)

9.2.3 Bepaal, met redes, of:

(a) QR || PT is of nie (2)

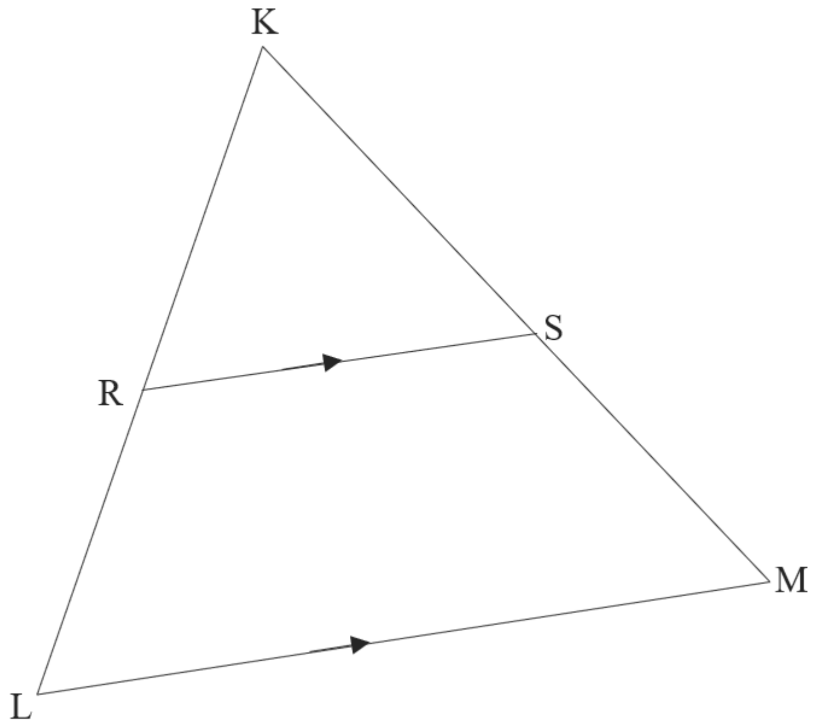
(b) PRTW 'n koordevierhoek is of nie (2)

(c) TQ 'n middellyn is of nie (2)

[21]

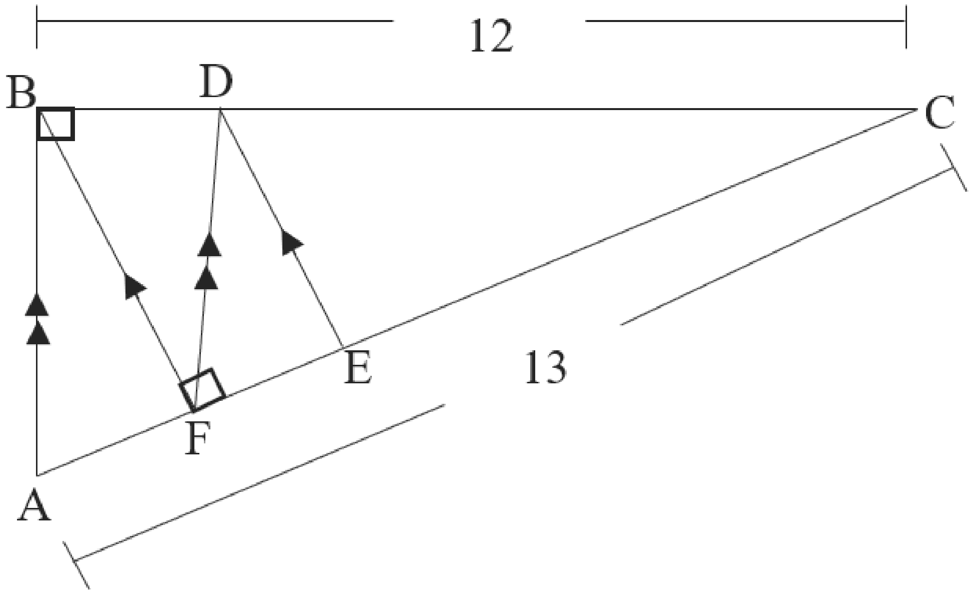
VRAAG 10

10.1 In die diagram hieronder is ΔKLM gegee met R en S op KL en KM onderskeidelik sodat RS || LM.



Bewys die stelling wat beweer dat $\frac{KR}{RL} = \frac{KS}{SM}$ (5)

10.2 In die diagram hieronder is ΔABC geteken met D op BC en F en E op AC sodat AB || FD, BF || DE, AB ⊥ BC en BF ⊥ CA. Verder is CA = 13 eenhede en CB = 12 eenhede.



10.2.1 Skryf die lengte van AB neer. (1)

10.2.2 Bewys, met redes, dat:

(a) Δ CBA ||| Δ CFB (3)

(b) $\mathrm{CF}=\dfrac{\mathrm{CB}^2}{\mathrm{CA}}$ (3)

10.2.3 Bepaal vervolgens die lengte van CF, korrek tot die naaste eenheid. (2)

10.2.4 Gee die lengte van AF. (1)

10.2.5 Bepaal die lengte van FE.
Laat jou antwoord in die vorm $\frac{a}{b}$. (5)

[20]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2};\frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\,\Delta\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin \mathrm{C}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$